

Экзамен по курсу: "Алгебра и геометрия"

1 курс 1 семестр

Вариант номер 1825D 54

1. В вещественном n -мерном пространстве арифметических векторов с естественным скалярным произведением дано квадратичное уравнение $(Ax, x) + 2(b, x) + c = 0$. Докажите, что ранг основной матрицы A (матрицы квадратичной части) и ранг расширенной матрицы данного квадратичного уравнения сохраняются при переходе к другой аффинной системе координат.
2. Докажите, что сумма линейных подпространств является подпространством.
3. Докажите, что множество комплексных чисел вида $a + b\mathbf{i}$, где $\mathbf{i}$ — мнимая единица, a и b — всевозможные целые числа, является целостным унитарным кольцом (в качестве операций рассматриваются сложение и умножение комплексных чисел), и найдите все делители единицы.
4. Докажите, что аддитивная группа векторов линейного пространства не может быть изоморфна аддитивной группе целых чисел.